Лекция 11.
Оптические резонаторы квантовых генераторов.

1. ***Добротность резонаторов.***

Оптические резонаторы квантовых генераторов также как и их низкочастотные, радиочастотные и микроволновые аналоги, используются в первую очередь для получения высоких интенсивностей поля при небольшой входной мощности. Универсальным параметром, характеризующим это свойство, является *добротность Q*

$$Q = \omega \cdot \frac{\text{энергия поля, запасенная в резонаторе}}{\text{мощность, рассеиваемая в резонаторе}} \tag{11.1}$$

В качестве примера рассмотрим резонатор образованный двумя идеально проводящими плоскостями, расположенными на расстоянии l друг от друга. Внутри резонатора формируется плоская электромагнитная волна:

$$e(z,t) = E\sin\omega t \cdot \sin kz \tag{11.2}$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Средняя энергия электрического поля, накоплена в резонаторе, может быть определена следующим образом:

$$E_{пл} = \frac{A\varepsilon}{2T}\int_0^e\int_0^T e^2(z,t)dzdt \tag{11.3}$$

где A – площадь поперечного сечения резонатора; ε – диэлектрическая постоянная; $T = \frac{2\pi}{\omega}$ – период колебаний.

Последнее выражение (11.3) с учетом (11.2) можно записать:

$$E_{пл} = \frac{1}{8}\varepsilon E^2 V \tag{11.4}$$

где $V = l \cdot A$ – объем резонатора.

Так как средняя энергия магнитного поля, накопленная в резонаторе, равна энергии электрического поля, то полная энергия:

$$E_{\Sigma} = \frac{1}{4}\varepsilon E^2 V \tag{11.5}$$

Обозначив через P мощность излучения выводимую из резонатора, согласно (11.1) получим6

$$E_{\Sigma} = \frac{\omega}{4P}\varepsilon E^2 V \tag{11.6}$$

Тогда максимальное значение поля E равно:

$$E = \sqrt{\frac{4QP}{\omega\varepsilon V}} \tag{11.7}$$

Основным отличием оптического резонатора от микроволнового, работающего к примеру на длине волны $\lambda = 1см$, является то, что характерные размеры последнего сравнимы с λ. Поэтому в нем в интересующей нас области возбуждаются только один или несколько резонансов. Однако в оптическом диапазоне $\lambda \approx 10^{-4}\,см$ характерные размеры резонатора много больше длины волны.Если бы резонатор был закрытым, то добротность Q всех мод генерации была бы одинакова. В лазерах этого стремятся избежать. Так как в этом случае в таком резонаторе должно генерироваться большое число мод с различными частотными и пространственными характеристиками.

Открытые резонаторы, состоящие из двух плоских или кривых зеркал, лишены этого недостатка. В таких резонаторах излучение большинства мод попадает на зеркала не под прямым углом и отклоняются от оси так, что энергия мод теряется за один проход. Следовательно для этих лучей добротность Q очень низка. Если зеркала вогнуты, то как будет показано ниже, энергия нескольких оставшихся мод локализуется около оси; дифракционные потери этих мод, вызванные дифракцией излучения на краях зеркал в этом случае может быть меньше потерь.

2. <u>Эталон Фабри-Перо.</u>

Эталон или интерферометр Фабри-Перо, называется так в честь его изобретателей, можно считать прототипом оптического резонатора. Он представляет собой плоско параллельную пластинку толщиной l с показателем преломления n, помещенную в среду с показателем преломления n', как показано ниже на рис. 11.2.

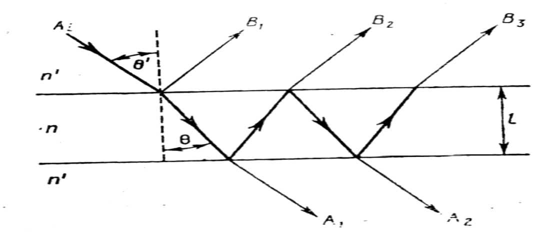

Рис.11.2.

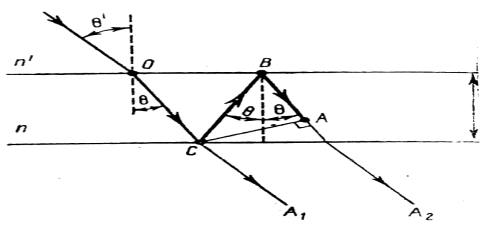

Рис.11.3.

Пусть плоская волна падает на эталон под углом Θ' к нормали, как показано на рис. 11.2. Задачу о пропускании и отражении плоской волны эталоном можно решить полагая, что в следствие многократных отражений на двух границах разделах сред образуется большое количество парциальных волн. Фазовый сдвиг между двумя парциальными волнами, возникающий из-за того, что волна пробегает путь туда и обратно, определяется согласно рис. 11.3, как:

$$\delta = \frac{4\pi n l}{\lambda} \cdot \cos\Theta \qquad (11.8)$$

где λ – длина падающей волны в вакууме; Θ – угол преломления.

Если комплексную амплитуду падающей волны положить равной A_i то тогда амплитуды отраженных парциальных волн B_1, B_2 и т. п., определяются

$$B_1 = rA_i,\ B_2 = tt'r'A_i e^{j\delta},\ B_3 = tt'r'^2 A_i e^{2j\delta} \text{ и т. д.}$$

где r – коэффициент отражения (отношение амплитуд отраженной и падающей волн); t – коэффициент пропускания для волн распространяющихся из среды с показателем преломления n' в среду с показателем преломления n. Комплексная амплитуда полной отраженной волны будет равна:

$$A_r = B_1 + B_2 + B_3 + ... \qquad (11.9)$$

Откуда:

$$A_r = \left\{r + tt'r'e^{j\delta}\left[1 + r'^2 e^{j\delta} + r'^4 e^{2j\delta} + ...\right]\right\} \cdot A_i \qquad (11.10)$$

Для прошедшей волны:

$$A_1 = tt'A_i,\ A_2 = tt'r'^2 e^{j\delta} \cdot A_i,\ A_3 = tt'r'^4 e^{2j\delta} \cdot A_i \text{ и т. д.} \qquad (11.11)$$

В записанных выражениях (11.11) опущен общий фазовый множитель $e^{j\frac{\delta}{2}}$ соответствующий одному проходу через пластинку. Суммируя эти составляющие A, получаем суммарное значение комплексной амплитуды прошедшей волны:

$$A_r = tt'\left(1 + r'^2 e^{j\delta} + r'^4 e^{2j\delta} + \ldots\right) \cdot A_i \quad (11.12)$$

Нетрудно заметить, что выражения стоящие в скобках формул (11.10) и (11.12) представляют собой члены бесконечной геометрической прогрессии. Суммируя их получим:

$$A_r = \frac{\left(1 - e^{j\delta}\right)\sqrt{R}}{1 - R \cdot e^{j\delta}} \cdot A_i \quad (11.13)$$

$$A_t = \frac{T}{1 - R \cdot e^{j\delta}} \cdot A_i \quad (11.14)$$

Здесь мы воспользовались тем обстоятельством, что $r' = -r$, а так же законом сохранения энергии, полагая, что в зеркалах отсутствуют потери, получаем:

$$r^2 + tt' = 1 \quad (11.15)$$

Кроме того нами введены обозначения $R \equiv r^2 = r'^2$, а $T \equiv tt'$, где R и T – соответственно доли интенсивности отраженной и прошедшей волн на каждой поверхности в дальнейшем называемые *коэффициентами отражения и пропускания* зеркала по интенсивности. Если интенсивность падающего излучения равна $A_i \cdot A_i^*$, то из (11.13) можно получить отношение интенсивностей отраженной I_r к падающей I_t волн, равное:

$$\frac{I_r}{I_t} = \frac{A_r \cdot A_r^*}{A_i \cdot A_i^*} = \frac{4R\sin^2\dfrac{\delta}{2}}{(1 - R)^2 + 4R\sin^2\dfrac{\delta}{2}} \quad (11.16)$$

Аналогично из (11.14) найдем отношение интенсивности прошедшей I_t и падающей I_i волн, то есть:

$$\frac{I_t}{I_t} = \frac{A_t \cdot A_t^*}{A_i \cdot A_i^*} = \frac{(1 - R)^2}{(1 - R)^2 + 4R\sin^2\dfrac{\delta}{2}} \quad (11.17)$$

Так как рассматриваемая нами модель не содержит механизма потерь, то из закона сохранения энергии следует, что:

$$I_r + I_t = I_i \quad (11.18)$$

Рассмотрим характеристики пропускания эталона Фабри-Перо. Согласно (11.17) пропускание эталона равно 1 при δ равное:

$$\delta = \frac{4\pi nl}{\lambda}\cos\Theta = 2\pi \cdot m \quad (11.19)$$

где m – любое целое число.

С учетом (11.8) условие (11.19) полной прозрачности может быть записано в виде:

$$\nu_m = \frac{mc}{2nl\cos\Theta} \quad (11.20)$$

где ν – частота излучения; $c = \nu\lambda$ – скорость света в вакууме.

При фиксированных l и Θ из (11.20) определим *резонансные частоты* соответствующие полной прозрачности эталона. Расстояние между резонансными частотами называется *спектральной областью дисперсии.* Легко видеть, что область дисперсии эталона Фабри-Перо определяется:

$$\Delta\nu = \nu_{m+1} - \nu_m = \frac{c}{2nl\cos\Theta} \quad (11.21)$$

Как было указано выше максимум пропускания равен 1. С другой стороны минимум прозрачности стремится к 0 при $R \to 1$.